

# Riziko a Výnos

Karel Janeček

*RSJ Invest, a.s.*  
Wratislavský palác  
Tržiště 13  
118 00 Praha 1

2. července 2002

## MOTIVACE

Uvažujme hru, kdy hráč háže spravedlivou kostkou. Vsadí zvolenou sázku  $x$  a vyhrává  $x$ , pokud padnou čísla 1, 2, 3, nebo 4, a prohrává částku  $x$ , pokud padne 5 nebo 6.

Zapsáno matematicky:

- Výhra  $x$  s pravděpodobností  $p = \frac{2}{3} \approx 66.67\%$ .
- Prohra  $x$  s pravděpodobností  $q = 1 - p = \frac{1}{3} \approx 33.33\%$ .

Otázka zní, zda racionální investor by měl hrát tuto hru.

**Strategie I:** Vsadit vše, co investor má.

**Výsledek:** Navzdory zřejmé výhodnosti hry, investor prohraje všečen svůj kapitál.

**Strategie II:** Vsadit vždy určitý zlomek svého kapitálu, nepřevyšující 33.33%.

**Výsledek:** Donekonečna rostoucí výhry.

## Riziko

Uvažujme opakovaný hod **spravedlivou** mincí.

Představme si, že padla 6x za sebou panna.  
Jaká je pravděpodobnost, že padne panna při dalším hodu?

Výsledek mnoha pokusů: **Náhodná procházka**

(Lze analyzovat i ve spojitém čase.)

Jakým způsobem ovlivňují minulé výsledky výsledky budoucí?

Odpověď: Naprosto žádný vliv minulosti.

Realisticky možné výsledky po miliónu hodů?

Odpověď: **Představu poskytne směrodatná odchylka (SD) v kombinaci se střední hodnotou (E).**

- Střední hodnota je definovaná jako průměrný výnos dané investice.
- SD vyhodnocuje, jak se výsledné hodnoty, v průměru, liší od střední hodnoty.

Zisky a ztráty se náhodně kompenzují  $\implies$  růst směrodatné odchylky jako

$$\sqrt{\text{Počtu pokusů.}}$$

Velikost směrodatné odchyly jako funkce počtu her, kde  $x$  je velikost směrodatné odchyly za jednu hru (závisí na dané hře):

| Počet hodů | Směrodatná odchyly          |
|------------|-----------------------------|
| 1          | $\sqrt{1} x = x$            |
| 2          | $\sqrt{2} x \approx 1.414x$ |
| 9          | $\sqrt{9} x = 3x$           |
| 49         | $\sqrt{49} x = 7x$          |
| 100        | $\sqrt{100} x = 10x$        |

- SD umožňuje statistické testy na realisticky možné výsledky.
- Pravděpodobnost, že výsledek bude posunut o více nebo méně než 1 až 4 směrodatné odchyly (respektivě): 31.7%, 4.6%, 0.27%, 0.006% (viz obr.)

Paradoxně:

## **Náhoda se podřizuje zákonu**

- Vlastnosti celkového výsledku mnoha pokusů lze spolehlivě analyzovat pomocí střední hodnoty a směrodatné odchylky.

## Výnos

Uvažujme **hod kostkou** z úvodní stránky:

- Kladná **střední hodnota** ( $E$ ).
- Při sázce  $x$  se **v průměru** vyhrává  $\frac{1}{3}x$ .
- Průměrný zisk za  $N$  hodů je tedy  $N \times \frac{1}{3}x$ .

Výše průměrného zisku jako funkce počtu her:

| Počet hodů | Průměrný výnos  |
|------------|-----------------|
| 1          | $\frac{1}{3}$   |
| 2          | $\frac{2}{3}$   |
| 9          | 3               |
| 49         | $\frac{49}{3}$  |
| 100        | $33\frac{1}{3}$ |

## Výnos v kombinaci s rizikem

| Počet hodů | Průměrný výnos            | Směrodatná odch.                                   |
|------------|---------------------------|--|
| 1          | $\frac{1}{3} \doteq 0.33$ | $1 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} \doteq 0.94$           |
| 9          | $\frac{9}{3} = 3.00$      | $\sqrt{9} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} \doteq 2.83$    |
| 81         | $\frac{81}{3} = 27.00$    | $\sqrt{81} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} \doteq 8.49$   |
| 225        | $\frac{225}{3} = 75.00$   | $\sqrt{225} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} \doteq 14.14$ |

- Pro 1 hod,  $SD \doteq 0.94$ ,  $E \doteq 0.33$ .  $E$  je v tomto případě přibližně  $1/3$  směrodatné odchyly, prohra velmi pravděpodobná.

- Pro 9 hodů,  $SD \doteq 2.83$ ,  $E = 3.00$ .  $E$  je v tomto případě přibližně 1 směrodatná odchyly, prohra realistická.

- Pro 81 hodů:  $SD \doteq 8.49$ ,  $E = 27.00$  (více než tři směrodatné odchyly), prohra extrémně nepravděpodobná.

- Pro 225 hodů:  $SD \doteq 14.14$ ,  $E = 75.00$  (přibližně 5.3 směrodatných odchylek, pravděpodobnost ztráty v řádu 6 lomeno 100 miliónů).

## Aplikace na finanční trhy

Pojmy finančního trhu

- **Derivát:** *Sázka* na finančních trzích, případně sázka s bankou, jejíž výsledek je odvislý od vývoje ceny jiného aktiva, např. vývoje ceny akcie nebo výše úroků.
- **Futures:** Derivát, který zavazuje "virtuálně" koupit nebo prodat jisté aktivum v budoucnu. Přesněji řečeno, je to *sázka*, že cena daného aktiva poroste nebo poklesne, přičemž se platí rozdíl v ceně. Podobně **Forward**.

## Výnos na finančním trhu

**Výnosem** se dále rozumí tzv. **Excess Return**, nebo-li extra výnos nad bezrizikovou úrokovou míru.

Je úrok banky na termínovaném vkladu bezriziková úroková míra?

V žádném případě!

- Špatná likvidita, špatná pružnost přístupu ke vkladu,
- malá výše úroku,
- nezanedbatelné riziko vkladu u banky.

Je výnos českých státních dluhopisů bezriziková úroková míra?

- V žádném případě NENÍ!
- Rating České republiky.

## Očekávaný výnos

Očekávaný výnos je *střední hodnota* výnosu, nebo-li **vážený aritmetický průměr** výše všech možných variant výnosů, vážený pravděpodobností (četností) výskytu každé varianty.

### Hod kostkou:

| Hod           | Zisk/Ztráta | Pravděpodob.                  | Vážený výsl.                     |
|---------------|-------------|-------------------------------|----------------------------------|
| 1, 2, 3, 4    | +1          | $\frac{2}{3} \approx 66.67\%$ | $+\frac{2}{3}$                   |
| 5, 6          | -1          | $\frac{1}{3} \approx 33.33\%$ | $-\frac{1}{3}$                   |
| <b>Celkem</b> |             | <b>100%</b>                   | <b><math>+\frac{1}{3}</math></b> |

### Možné výnosy modelového portfolia:

| Zisk/Ztráta   | Pravděpodobnost | Vážený výsledek |
|---------------|-----------------|-----------------|
| -20%          | 5%              | -1.0%           |
| -10%          | 15%             | -1.5%           |
| 0%            | 25%             | 0.0%            |
| 10%           | 25%             | +2.5%           |
| 20%           | 15%             | +3.0%           |
| 30%           | 8%              | +2.4%           |
| 40%           | 5%              | +2.0%           |
| 50%           | 2%              | +1.0%           |
| <b>Celkem</b> | <b>100%</b>     | <b>+8.4%</b>    |

## Srovnání investičních příležitostí

Investice A: Očekávaný výnos 5%

Investice B: Očekávaný výnos 50%

(Vše *Excess return*)

Která investice je lepší?

## Která investice je lepší?

– Předchozí případ nelze zodpovědět! Je nutné specifikovat riziko.

Správná jednotka pro hodnocení investiční příležitosti: **Sharpe Ratio**

$$Sharpe = \frac{\text{Výnos}}{\text{Riziko}} = \frac{E}{SD}$$

*Příklad:*

Standardní akciové investice:  $Sharpe \approx 0.3$ .

Sofistikované investice různých hedge fondů:

Není výjimkou  $Sharpe \geq 1.2$ .

**Hod kostkou:**  $SD = \frac{\sqrt{8}}{3} \doteq 0.9428$ ,  $Sharpe \doteq \frac{1}{3}/0.9428 \doteq 0.35$ .

**Výnosy modelového portfolia:**  $SD = 15.86\%$ ,  $Sharpe = 8.4/15.86 \doteq 0.53$ .

Kolikrát je Sharpe 1.5 lepší než Sharpe 0.5?

Odpověď: 9x, což je kvadrát podílu jednotlivých Sharpe ratio.

## Nastavení výše investice

- Maximalizace střední hodnoty tzv. **Užitkové funkce** (dvakrát větší zisk je výrazně méně než dvakrát větší užitek).

Pro maximalizaci dlouhodobého zisku (maximalizace růstu kapitálu):

### Logarithmic Utility Function

- Datuje se k Daniel Bernoulli v 18. století.
- Objevila se v článku J. L. Kellyho (1956).
- Známa také pod názvem *Kelly criterion* nebo *Kelly utility*.
- Nejagresivnější užitková funkce, která ještě má smysl z hlediska racionality.
- Z praktického hlediska nepoužitelná.
- Praktické aplikace: Investování nějakého zlomku **investičního majetku**  $X_T$  tzv. *Kelly fraction*. Odpovídá užitkové funkci

$$U(X_T) = \frac{X_T^{1-p} - 1}{1-p}.$$

- Definice inv. majetku: Aktiva plus diskontované budoucí příjmy minus životní náklady.
- RSJ volí  $p = 4$  pro derivátové systémy.
- Standardní klient: RSJ odhaduje  $p = 20$ .

## Dosažení kladného očekávaného $E$

Kladná střední hodnota je nutná, ale nikoliv postačující podmínka **dlouhodobé** úspěšnosti investice.

Realistické možnosti dosažení  $E > 0$ :

- *Managed Futures*: Komoditní, úrokové, nebo měnové deriváty, systémy využívající trendových a jiných technických analýz k načasování nákupu a prodeje.
- *Event Driven*: Využívající specifické události, případně předpovídají události.
- *Macro Discretionary*: Předpokládané změny makroekonomických trendů.
- *Long/Short Equities*: Akciová portfolia, kde se kupují a zároveň **shortují** akcie.
- *Market price-of-risk*: Systémy využívající existenci tzv. **tržní ceny rizka**, nebo-li prémie za riziko.

## **Prakticky jisté podvody**

Nejedná se zde o standardní zpronevěru, nýbrž o *hazardní hry typu rulety*:

- Se svěřenou investicí podvodník může sehrát hazardní hru (např. ruletu).
- Podvodník má podíl na zisku, pokud padne červená, podvodník ovšem nemá podíl na ztrátě, pokud padně černá.

### **Jak se okamžitě pozná podvodný systém:**

- Garance "jistého" výnosu vyššího než bezriziková úroková míra, ať již jsou garance jakékoliv.

### **Jak se pozná podezřelý systém:**

- Systémy typu "*kupuji levně, prodávám draze*" (časování trhu) u jedné nebo několika málo komodit. (Pro fungující systémy technické analýzy je nutný velký počet trhů k rozložení rizika.)
- Hesla typu "*Kupujte, ceny rostou*", nebo "*Kupujte, ceny klesly*".

## Příklady metod manipulací s klienty

- Vybírání náhodně úspěšných výseků z obchodní historie, případné neúspěchy jsou "ex post" spraveny novou metodou. (Pouze obchodními výsledky dosaženými "ex ante" lze dokladovat úspěšnosti systému pouze.)
- Systémy typu "*kupuji, když jde trh nahoru, a prodávám jakmile se trh otočí (stop loss)*". (Local time "paradox" – podobná strategie nemůže fungovat z důvodu mnoha malých ztrát.)
- Rozesílání dopisů: Spekulant rozešle obrovské množství dopisů s opačnými radami. U poloviny příjemců je náhodně úspěšný. Spekulant opakovaně posílá další rady, pouze těm příjemcům, kde se vždy v minulosti "trefil do černého". Zůstane skupina příjemců, kteří mohou spekulanta považovat za vynikajícího odborníka.